Санкт-Петербургский национально исследовательский университет

информационных технологий, механики и оптики

Факультет программной инженерии и компьютерной техники



**Сложение чисел с плавающей запятой**

Домашняя работа №6

Вариант №65

Выполнил: Балтабаев Дамир Темиржанович

Группа: P3112

Преподаватель: Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург

2020

**Задание**

1. Заданные числа ***А*** и ***В*** представить в форме с плавающей запятой в разрядных сетках форматов *Ф1* и *Ф2* с укороченной мантиссой (12 двоичных разрядов).

*Примечание:* общее число разрядов в формате – 20.

1. Выполнить операцию сложения заданных чисел со следующими комбинациями знаков операндов: “++”, “+−”, “−+” в разрядных сетках форматов *Ф1* и *Ф2*.
2. Результаты представить в форматах операндов, перевести в десятичную систему счисления и проверить их правильность.
3. Определить абсолютную и относительную погрешности результатов и обосновать их причину.
4. Сравнить погрешности результатов аналогичных операций для форматов Ф*1* и Ф*2* и объяснить причины их сходства или различия.

**Выполнение**

A = 10,18 ; B = 9,343

1. Формат *Ф1* (число разрядов мантиссы *m* =12).

*А* = (10,18)10 = (A,2E)16 = (0,A2E)16 · 161

М*А*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

*В* = (9,343)10 = (9,57)16 = (0,957)16 · 161

M*B*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

**1** округление к ближайшему

1) *XA* = \_1 0 0 0 0 0 1

*XB* = 1 0 0 0 0 0 1

(*XA-XB*)доп.= 0 0 0 0 0 0 0

(*XA-XB*). = 0; *ХС = 1;*

а) Оба операнда положительные (*А*>0, *B*>0):

3) М*А* = . 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0

+

М*В* = . 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1

М*С* = 1. 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1

Результат сложения денормализован влево.

4) МС = . 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно увеличить на 1 (*ХС* = *ХС* +1 = 2).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

*С*

*С*\* = М*С* · 16Р*с* = (0,138)16 · 162 = (13,8)16 = 19,5.

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = 19,523 – 19,5 = 0,023,

где Δ*С* –абсолютная погрешность;

*С*Т –точное значение;

*С*\* - приближенное значение.

δ*С* = · 100% =0,023/19,523 \* 100% = 0,12%,

где δ*С* – относительная погрешность.

б) *А*<0, *B*>0.

3) М*B* = . 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1

М*A* = 1. 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 0

М*С* = 1. 1 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 1

+

М*С* = 1. 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1

Результат сложения денормализован вправо Т.к. в старших разрядах находятся нули, сдвигаем мантиссу влева и отнимаем от характеристики кол-во убранных разрядов. (*ХС* = *ХС* -1 = 0).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

*С*

*С*\* = М*С* · 16Р*с* = -(0,D7)16 = -0,839

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = -0,837 + 0,839 = 0,002,

δ*С* = · 100% =0,002/0,837 \* 100% = 0,24%.

в) *А*>0, *B<*0.

Сложение мантисс будем проводить их прямым вычитанием. В качестве уменьшаемого используем мантиссу положительного операнда (*В*);

3) М*А* = . 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0

М*В* = . 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1

М*С* = . 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1

Результат денормализован вправо

4) Т.к. в старших разрядах находятся нули, сдвигаем мантиссу влева и отнимаем от характеристики кол-во убранных разрядов. (*ХС* = *ХС* -1 = 0).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

*С*

*С*\* = М*С* · 16Р*с* = (0,D70)16 = 0,839

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = 0,837 - 0,839 = 0,002,

δ*С* = · 100% =0,002/0,837 \* 100% = 0,24%.

а) Оба операнда отрицательные (*А*<0, *B*<0):

М*А* = 1. 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 0

+

М*В* = 1 . 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1

М*С* = 1. 1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1

М*С =* 1. 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1

Результат сложения денормализован влево.

4) МС =1 . 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно увеличить на 1 (*ХС* = *ХС* +1 = 2).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

*С*

*С*\* = М*С* · 16Р*с* = -(0,138)16 · 162 = -(13,8)16 = -19,5.

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = -19,523 + 19,5 =-0,023,

где Δ*С* –абсолютная погрешность;

*С*Т –точное значение;

*С*\* - приближенное значение.

δ*С* = · 100% =0,023/19,523 \* 100% = 0,12%,

2. Формат *Ф2*.

*А* = (10,18)10 = (A,2E)16 = (0,101000101110)2 · 24

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

*В* = (9,343)10 = (9,57)16 = (0,100101010111)2 · 24

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

19 18 11 10 0

1) *XA* = \_1 0 0 0 0 1 0 0

*XB* = 1 0 0 0 0 1 0 0

(*XA-XB*) .= 0 0 0 0 0 0 0 0

(*XA-XB*). = 0; *ХС = ХВ* = 4*.*

а) Оба операнда положительные (*А*>0, *B*>0):

3) М*А* = . 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0

+

М*В* = . 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1

М*С* = 1 . 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1

Результат сложения денормализован влево.

14

4) МС = . 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно увеличить на 1 (*ХС* = *ХС* +1 = 5).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

*С*

19 18 11 10 0  
*С*\* = М*С* · 2Р*с* = (0,100111000010)2 · 25 = (10011,1000010)2 = 19,515625.

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = 19,523 – 19, 515625 = 0,007375,

δ*С* = · 100% =0,007375/19,523 \*100% = 0,038%.

б) *А*<0, *B*>0.

3) М*В* = . 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1

М*А* =1.0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 0

М*С* = 1. 1 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 1

М*С* = 1. 000011010100

Результат сложения денормализован вправо

4) Т.к. в старших разрядах находятся нули, сдвигаем мантиссу влева и отнимаем от характеристики кол-во убранных разрядов. (*ХС* = *ХС* -1 = 3).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |

*С*

*С*\* = М*С* · 2Р*с* = -(0,000011010100)2 · 23 = -(0,11010100)2 = -0,828125

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = -0,837 + 0,828125= -0,008875,

δ*С* = · 100% =0,00875/0,837 \* 100% = 0,8%.

+

в) *А*>0, *B<*0.

3) М*А* = . 1 0 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0

М*В* = . 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 1

М*С* = . 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1

Результат денормализован вправо

4) Т.к. в старших разрядах находятся нули, сдвигаем мантиссу влева и отнимаем от характеристики кол-во убранных разрядов. (*ХС* = *ХС* -1 = 3).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

*С*

*С*\* = М*С* · 2Р*с* = -(0,11010111)2 = -0,839843

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = -0,837 + 0,839843= 0,002843,

δ*С* = · 100% =0,002843/0,837 \* 100% = 0,3%.

а) Оба операнда отрицательные (*А*<0, *B*<0):

М*А* = 1. 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 1 0

+

М*В* = 1 . 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1

М*С* = 1. 1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 1 1

М*С =* 1. 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1

Результат сложения денормализован влево.

4) МС =1 . 0 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0

Т.к. выполнен сдвиг мантиссы влево, то характеристику результата нужно увеличить на 1 (*ХС* = *ХС* +1 = 5).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

*С*

*С*\* = М*С* · 2Р*с* = -(0,100111000)2 · 25 = -(10011,1000)2 = -19,5.

Δ*С* = *С*Т - *С*\* = -19,523 + 19,5 =-0,023,

δ*С* = · 100% =0,023/19,523 \* 100% = 0,12%,